

PRÁCTICO 1. NÚMEROS Y ECUACIONES

(las **respuestas** se encuentran **al final** de este documento).

Operaciones combinadas con enteros

1) Calcular el resultado de:

a. $5 - 2(-1) + (-8) : (-4) - 5 =$

b. $-3 + 7 : (-7) + 2(5 - 8) =$

c. $6 : (-2) - 7 + (-15) : (-3) =$

d. $6^2 - 3 \cdot (2^3 + 4) =$

2) Decidir si las siguientes igualdades son **verdaderas o falsas**, comparando el cálculo obtenido en ambos miembros:

a) $-3(4 - 5) = -12 + 15$

b) $12 : (2 + 4) = (2 + 4) : 12$

c) $12(2 + 4) = (2 + 4)12$

d) $6 + 8 : 2 = (6 + 8) : 2$

3) Mediante operaciones con números enteros resolver los siguientes enunciados:

- a) En una ciudad el termómetro marcaba 14° bajo cero a las ocho de la mañana; al mediodía la temperatura había subido 10° y a las siete de la tarde había bajado 5 grados respecto del mediodía. ¿Cuál era la temperatura a esa última hora?
- b) Si una grúa extrae una piedra que se halla hundida en un pozo a 850 metros de profundidad, y la eleva hasta apoyarla en un sitio a 40 metros de altura. ¿Cuántos metros en total ascendió la roca?
- c) Si Hiparco, matemático griego, **murió** en el 120 **antes** de Cristo (a.C), a 70 años después de haber nacido, entonces ¿En qué año nació?

Potenciación y radicación

4) Intente, **sin** calculadora, establecer el valor de:

a) 3^0

b) 3^1

c) 3^2

d) $(-3)^2$

e) 3^3

f) $(-3)^3$

g) $\sqrt{9}$

h) $\sqrt{-9}$

i) 3^{-1}

j) 3^{-2}

Fracciones

5) Simplifique las siguientes fracciones hasta llegar a una fracción irreducible. Decida luego cuales de las fracciones son iguales entre sí (o sea, cuales son "equivalentes"):

a) $\frac{6}{24}$ b) $\frac{-10}{4}$ c) $\frac{20}{-8}$ d) $-\frac{30}{12}$ e) $\frac{14}{7}$ f) $\frac{4}{2}$ g) $\frac{5}{20}$

6) Calcular el resultado y expresarlo en forma de fracción irreducible:

a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} =$

b) $\frac{7}{3} - \frac{5}{12} =$

c) $\frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{3}{2} =$

d) $5 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} =$

e) $\frac{2}{3} : \frac{1}{5} - \frac{1}{7} =$

f) $5 : \left(2 + \frac{2}{3} \right) =$

7) Resolver:

- a) ¿Cuánto es la séptima parte de 28? ¿Y las tres séptimas partes de 28?
 b) ¿Cuánto es el 30% de 320? ¿Y el 130% de 320?
 c) En una clase se ausentaron 6 alumnos. Si sabemos que ese ausentismo corresponde al 15% de los inscriptos en el curso. ¿Cuántos alumnos en total están inscriptos?

Porcentaje

8)

- a) Si el precio con el impuesto al valor agregado (IVA) de un producto es de \$ 169,40 ¿Cuál es entonces su precio sin el IVA? (recuerde que el IVA representa el 21% del precio del producto).
 b) Si compramos una camisa que nos afirman que está en promoción y por ello tiene una rebaja del 20% y pagamos \$300. ¿Cuántos pesos costaba la camisa originalmente y cuantos pesos nos rebajaron?

Intervalos en la recta real

9) Expresar mediante intervalos abiertos, cerrados o mixtos cuales son los números reales que satisfacen cada una de las siguientes condiciones.

- a. $-101 < x < -97$ b. $-1 \leq x \leq 2$ c. $-17 < x < -12$
 d. $-1 < x$ e. $x < 2$ f. $-4 \leq x$

10) Expresar mediante símbolos matemáticos las siguientes proposiciones.

(Por ejemplo: "m es menor que 6", sería, $m < 6$)

- a) m es mayor que 6
 b) m es mayor o igual a 6
 c) m es mayor que 6 y menor o igual a 9.

11) Indicar con una cruz en el casillero correspondiente si cada uno de los números de la fila superior cumple la condición indicada en la primera columna:

Condición:	$\frac{1}{2}$	3	-1	$\frac{32}{5}$
$x < 3$				
$x \geq 2$				
$x \leq 3$				
$\frac{1}{2} \leq x \leq 3$				

Ecuaciones con una incógnita

12) Verificar que las soluciones propuestas efectivamente cumplen la ecuación dada reemplazando la incógnita x por dicha solución o soluciones.

(O sea: **NO resuelva** las ecuaciones, **NO despeje** x , solo compruebe que al reemplazar la x por el valor que se da por solución propuesta se obtiene el mismo valor de ambos lados de la igualdad).

Ejemplo: $\frac{3}{x} = \frac{2(x+5)}{16}$ solución propuesta: $x = 3$.

En efecto, pues si $x = 3$, entonces: $\frac{3}{3} = 1$ y a su vez también $\frac{2(3+5)}{16} = \frac{16}{16} = 1$

- a) $x - 2(1 - 3x) = 6 + 3(4 - x)$ solución propuesta: $x=2$
 b) $\frac{3x-2}{5} = \frac{8-x}{2}$ solución propuesta: $x=4$
 c) $-2(4x + x^2) = -x^3 - 15$ solución propuesta: $x=3$
 d) $x^2 = 3x - 2$ soluciones propuestas: $x = 1$ y $x = 2$

13) Decidir si las siguientes ecuaciones lineales tienen solución. De tenerla, dejar expresado el resultado solo como entero o fracción, no con decimales:

- a) $2x + 13 = 14$
 b) $-3(x - 4) - 2 = -10 + x$
 c) $\frac{2}{5}x + \frac{1}{10} = 2$
 d) $2(y - 2) = 2y - 8$
 e) $19 + 5(z - 4) = 5z - 1$
 f) $-5(t - 4) = (t - 2) \cdot 5 - 6$
 g) $\frac{4}{3}(x + 4) = -2x + 22$
 h) $\frac{4}{3}x + 4 = -2x + 22$

14) Si el doble de un número es igual a la mitad de lo obtenido al haberle sumado previamente 9. ¿De qué número estamos hablando?

15) Se reparten 60 objetos en tres cajones de la siguiente forma: en el segundo cajón se coloca el triple de objetos que en el primero, y en el tercero se colocan 10 objetos menos que en el segundo. ¿Cuántos objetos quedan entonces guardados en cada cajón?

16) ¿Existen dos números enteros consecutivos tales que la suma de ellos sea igual al doble del primero más dos?

Inecuaciones

17) Considere la desigualdad, $2 < 5$. ¿Qué pasará con el símbolo “<” (se mantiene igual, se modifica por un “>”, o se transforma en un “=”) en los siguientes casos?

- a) Si multiplico ambos miembros por 3
- b) Si multiplico ambos miembros por -3
- c) Si multiplico ambos miembros por 0
- d) Si a ambos miembros le sumo 4
- e) Si a ambos miembros le sumo -4

18) Expresar el conjunto de soluciones de las siguientes inecuaciones mediante intervalos.

- a) $x - 2 > 1$
- b) $-3x \leq 9$
- c) $3x + 5 < 2x + 1$
- d) $2x - 1 \geq 0$
- e) $-2x + 1 \leq 0$ (compare el resultado con d))

Ecuaciones con dos incógnitas

19) Resuelva los siguientes sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ y = 4x \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 2x + y = -8 \end{cases}$$

20) Si Juan y Pedro tienen un total de 160 pesos, y sabemos que Pedro tiene la tercera parte que tiene Juan ¿Cuántos pesos tiene cada uno?

21) La suma de dos números es 25 y su diferencia es igual a 15. Calcular ambos números.

22) En un almacén, por la compra de una botella de cerveza y 5 de vino se abonaron \$200. En otra compra, por 4 botellas de cerveza y 2 de vino se pagaron \$ 440 ¿Cuánto cuesta la botella de cerveza y cuánto cuesta la de vino?

23) Un equipo de básquet convirtió 28 veces, obteniendo un total de 72 puntos. ¿Cuántos tiros de campo (que vale 2 puntos) y triples (3 puntos) realizaron?

24) En un aula A hay el doble de alumnos que en un aula B. Sabiendo que, si se trasladasen 8 alumnos del aula A al aula B, ambas tendrían entonces la misma cantidad de alumnos ¿Cuántos alumnos hay en cada aula?

Respuestas

1) a) $5 - 2(-1) + (-8) : (-4) - 5 = 5 + 2 + 2 - 5 = 4$

b) **-10** c) **-5**

d) $6^2 - 3 \cdot (2^3 + 4) = 36 - 3 \cdot (8 + 4) = 36 - 36 = 0$

2)

a) **Verdadera**, da 3 en ambos lados.

b) **Falsa**, da 2 a la izquierda y $\frac{1}{2}$ a la derecha.

c) **Verdadera**, da 72 ambos lados de la igualdad.

d) **Falsa**, da 10 a la izquierda y 7 a la derecha.

3) a) 9° bajo cero.

b) 890 metros (si pensáramos la cuenta utilizando números enteros, debemos calcular lo ascendido como $40 - (-850) = 40 + 850 = 890$).

c) Hiparco nació en el 190 antes de Cristo. ($-120 - 70 = 190$)

4) a) 1 b) 3 c) 9 d) 9 e) 27

f) -27 g) 3 h) **NO existe la raíz cuadrada de un n° negativo.**

i) $\left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$ j) $3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

5) Al reducir las se obtiene:

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{-5}{2} = -\frac{5}{2}$ c) $\frac{5}{-2} = -\frac{5}{2}$ d) $-\frac{5}{2}$ e) $\frac{14}{7} = 2$ f) $\frac{2}{1} = 2$ g) $\frac{1}{4}$

Son entonces equivalentes entre sí: **a) y g)** **b), c) y d)** **e) y f)**

6) Calcular el resultado y expresarlo en forma de fracción irreducible:

a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12+5}{20} = \frac{17}{20}$

b) $\frac{7}{3} - \frac{5}{12} = \frac{23}{12}$

c) $\frac{1}{4} - 3\frac{3}{2} = -\frac{17}{4}$

d) $5\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = 6$

e) $\frac{2}{3} : \frac{1}{5} - \frac{1}{7} = \frac{67}{21}$

f) $5 : \left(2 + \frac{2}{3}\right) = \frac{15}{8}$

7)

a) La séptima parte de 28 es $\frac{28}{7}$ (ó $\frac{1}{7} \times 28$) = 4

Las tres séptimas partes de 28: $3 \times \frac{28}{7}$ (ó $\frac{3}{7} \times 28$) = 12

b) 30% de 320 es igual a 96, y el 130% de 320 es igual a 416

c) El curso tiene 40 alumnos.

8)

a) El producto cuesta el 100% + 21 % de IVA, entonces

$$121\% \text{ _____ } \$ 169,40$$

$$100\% \text{ _____ } (100\% \cdot \$ 169,40) : 121\% = \$ \mathbf{140}$$

b) Si compramos una camisa por \$ 300 y nos afirman que nos la vendieron con una rebaja del 20%, quiere decir que:

$$80\% \text{ _____ } \$300$$

$$100\% \text{ _____ } (100\% \cdot \$300) : 80 = \mathbf{375} \Rightarrow \text{esto costaba la camisa sin el descuento.}$$

$$\text{Nos rebajaron } 375 - 300 = \$\mathbf{75}$$

9)

a) $(-101; -97)$

b) $[-1; 2]$

c) $(-17; -12)$

d) $(-1; +\infty)$

e) $(-\infty; 2)$

f) $[-4; +\infty)$

10)

a) $m > 6$

b) $m \geq 6$

c) $6 < m \leq 9.$

11)

Condición:	$\frac{1}{2}$	3	-1	$\frac{32}{5}$
$x < 3$	X		X	
$x \geq 2$		X		X
$x \leq 3$	X	X	X	
$\frac{1}{2} \leq x \leq 3$	X	X		

12) Se dan los resultados que se obtienen al calcular cualquiera de los dos lados de la igualdad:

a) 12

b) 2

c) -42

d) Con $x = 1$ se obtiene 1 de ambos lados, y con $x = 2$ se obtiene 4 de ambos lados.

13)

a) $x = \frac{1}{2}$

b) $x = 5$

c) $x = \frac{19}{4}$

d) Se anulan las "y" y se llega a una igualdad absurda, por lo tanto, debe responderse que **NO hay solución posible.**

e) Se anulan las "z" y se llega a una igualdad del tipo $0 = 0$, con lo cual, la conclusión es que **Cualquier número real** es solución de la ecuación.

f) $t = \frac{36}{10}$

g) $x = 5$

h) $x = \frac{54}{10}$

14) Si el número es "x" entonces planteo $2x = \frac{(x+9)}{2}$, y al resolverla da: $x = 3$

15) Se reparten 60 objetos en tres cajones de la siguiente forma: en el segundo cajón se coloca el triple de objetos que en el primero, y en el tercero se colocan 10 objetos menos que en el segundo. ¿Cuántos objetos quedan entonces guardados en cada cajón?

Si "C" es la cantidad de objetos que hay en el primer cajón, entonces en el segundo cajón hay $2C$ objetos, y el tercero $2C - 10$, como en total son 60 objetos, queda: $C + (3C) + (3C - 10) = 60$, y al resolver: $7C - 10 = 60$, o sea, $C = 10$. Por lo tanto: El primer cajón tiene **10 objetos, el segundo 30 y el tercero 20.**

16) La respuesta correcta es **no existen tales números**, (sistema incompatible). En efecto, si N= número buscado, entonces, para que se cumpla lo pedido debería ser:
 $N + (N + 1) = 2N + 2$,
 $2N + 1 = 2N + 2$,
 simplificando el $2N$, queda:
 $1 = 2$, ¡absurdo!

17) Para resolverlo recordemos que:

- $a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$ (sin importar si c es positivo, negativo o nulo)
- $a < b$ y $c > 0 \Leftrightarrow a \cdot c < b \cdot c$
- $a < b$ y $c < 0 \Leftrightarrow a \cdot c > b \cdot c$
- $a < b$ y $c = 0 \Leftrightarrow$ siempre dará $0 = 0$

Deducimos entonces que:

- | | |
|--|------------|
| a) Se mantiene el sentido de la desigualdad: | $6 < 15$ |
| b) Cambia el sentido de la desigualdad: | $-6 > -15$ |
| c) Se transforma: | $0 = 0$ |
| d) Se mantiene el sentido de la desigualdad: | $6 < 9$ |
| e) Se mantiene el sentido de la desigualdad: | $-2 < 1$ |

- 18) a) $x > 3$; o sea, $(3; +\infty)$
 b) $x \geq -3$; o sea, $[-3; +\infty)$
 c) $x < -4$; o sea, $(-\infty; -4)$
 d) $x \geq \frac{1}{2}$; o sea, $[\frac{1}{2}; +\infty)$
 e) $x \geq \frac{1}{2}$; o sea, $[\frac{1}{2}; +\infty)$ (notemos que la inecuación pedida es la misma que multiplicar por -1 a ambos lados de la inecuación dada en d))

- 19) a) $x = \frac{1}{2}$ $y = 2$ b) $x = -2$ $y = -4$

20) Si J = pesos que tiene Juan; y P = pesos que tiene Pedro, entonces el sistema a plantear sería:

$$\begin{cases} P + J = 160 \\ P = \frac{1}{3} J \end{cases} \quad J = 120; P = 40$$

21) Si los números son "x" e "y" entonces:

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ x - y = 15 \end{cases} \quad x = 20; y = 5$$

22) C = precio de una botella de cerveza; V = precio de una botella de vino.

$$\begin{cases} C + 5V = 200 \\ 4C + 2V = 440 \end{cases} \quad C = 100; V = 20$$

23) D = total de dobles; T = total de triples.

$$\begin{cases} D + T = 28 \\ 2D + 3T = 72 \end{cases} \quad D = 12; T = 16$$

24) A = alumnos en el aula A; B = alumnos en el aula B,

$$\begin{cases} A = 2B \\ A - 8 = B + 8 \end{cases} \quad A = 32; B = 16$$