



# Matemática y Estadística (Teórico)

## Unidad 6

Interés simple y compuesto

Roberto Fiadone

## Interés simple y compuesto.

El **concepto de interés** tiene que ver con el **precio del dinero**. Si alguien pide un préstamo debe pagar un cierto interés por ese dinero. Y si alguien deposita dinero en un banco, este debe pagar un cierto interés al que lo deposita por ese dinero. O sea que cuando estamos considerando un préstamo o depósito a cierto interés debemos considerar las siguientes componentes:

- El **capital inicial** ( $C_0$ ), que es el monto de dinero inicialmente prestado o depositado.
- La **tasa de interés** (también llamada **razón**), que es la cantidad de dinero que se paga o se cobra por cada 100 en concepto de interés. Al valor que se obtiene dividiendo la tasa de interés por 100 lo simbolizaremos con la letra  $i$ , o sea,  $i = \frac{\text{tasa}}{100}$ .
- El **tiempo** ( $t$ ), durante el cual el dinero se encuentra prestado o depositado generando intereses.
- El **interés** ( $I$ ), que es el monto de dinero cobrado o pagado por el uso del capital durante todo el tiempo.
- El **capital final o monto** ( $C_f$ ), que será igual al [capital inicial] + [intereses] =  $C_0 + I$

Ahora bien, el interés, puede ser **simple** o **compuesto**. Veamos la diferencia entre ellos con un ejemplo.

Supongamos que coloco en un plazo fijo un capital inicial de 1000 pesos al 10% de tasa anual, y todos los años retiro solamente los 100 pesos producto de ese interés del 10%, dejando una vez más los 1000 pesos iniciales en el banco para, al año siguiente, retirar nuevamente los 100 de interés. En definitiva, cada año tendría exactamente 100 pesos más producto de mi inversión. Esto es lo que se llama **interés simple**.

Pero ¿qué ocurre si en vez de retirar esos intereses los vuelvo a invertir? Allí aparece el **interés compuesto**. Este surge cuando los intereses ganados **se añaden** al monto o capital invertido original y **se los vuelve a invertir**. De esta manera los intereses ganados en la primera inversión también generan nuevos intereses. Es decir, en vez de retirar cada año los 100 pesos, los dejo en el banco con los otros 1000, o sea, dejo 1100 pesos en el banco, que me dará al año estos 1100 más 110 pesos producto del 10% de interés de los 1100 pesos, totalizando así  $1100 + 110 = 1210$  pesos. Es decir, tenemos un efecto multiplicador del dinero, y esto ocurre habitualmente en las cuentas bancarias, donde los intereses se depositan en la misma cuenta donde tenemos el capital.

Comparemos, con 1000 pesos de capital inicial y con tasa del 10% anual, cuanto ganaría con un interés simple y cuanto con un interés compuesto al cabo de 4 años:

Año	Interés simple		Interés compuesto	
	Interés	Saldo final	Interés	Saldo final
1	10% de 1.000=100	1.100	10% de 1.000=100	1.000+100= <b>1.100</b>
2	10% de 1.000=100	1.200	10% de 1.100=110	1.100+110= <b>1.210</b>
3	10% de 1.000=100	1.300	10% de 1.210=121	1.210+121= <b>1.331</b>
4	10% de 1.000=100	1.400	10% de 1.331=133,1	1.331+133,1= <b>1.464,1</b>

O sea que al cabo de 4 años con un interés compuesto hubiese ganado,  
 $\$1.464,1 - \$1.400 = \$64,1$  más que con un interés simple.

Vamos entonces a enfocarnos primeramente en el interés simple.

### Interés simple

Se calcula y se paga sobre un capital inicial que permanece invariable. Es decir, el interés (o monto de dinero) obtenido en cada intervalo unitario de tiempo es el mismo, el interés no se reinvierte, se calcula cada vez sobre la misma base inicial.

Para un préstamo o un depósito mantenido durante un plazo a una misma tasa de interés simple, los cálculos se realizan mediante el siguiente cálculo sencillo:

El interés que produce un capital es directamente proporcional al capital inicial, a la tasa de interés y al tiempo. O sea:

$$\text{Interés} = \text{Capital inicial} \cdot \frac{\text{tasa}}{100} \cdot t$$

**Atención: la tasa y el tiempo deben estar expresados en la misma unidad de medida, o sea, ambos en año, o en meses, o en día, nunca de manera diferente.**

Escrito de manera sintética: **El interés (I) es directamente proporcional al capital inicial ( $C_0$ ), al tiempo (t), y a la tasa de interés dividido 100** (recordemos que dijimos, al definir tasa, que simbolizamos con  $i$  a  $\frac{\text{tasa}}{100}$ ).

$$I = C_0 \cdot i \cdot t$$

Por lo tanto, **el monto o capital final** que se obtiene es igual a lo que había depositado inicialmente más el interés obtenido:

$$C_f = C_0 + I$$

### Ejemplo 1

Verifiquemos la fórmula utilizando el ejemplo mencionado más al principio: ¿A cuánto asciende el interés simple ganado al depositar 1000 pesos por 4 años a una tasa anual del 10%? ¿A cuánto mi capital final?

Recordemos entonces que la fórmula es:

$$\text{Interés} = \text{Capital inicial} \cdot \frac{\text{tasa}\%}{100} \cdot t =$$

$$I = C_0 \cdot i \cdot t =$$

$$I = 1000 \cdot \frac{10}{100} \cdot 4 = 1000 \cdot 0,10 \cdot 4 = \mathbf{400}$$

O sea que mi capital final o monto, al cabo de 4 años, será igual a mi capital inicial de 1000 pesos más los 400 de interés, es decir,

$$C_f = C_0 + I = \mathbf{1000 + 400 = 1400 \text{ pesos}}$$

### Ejemplo 2

¿A cuánto asciende el interés simple (es decir, el monto de dinero ganado) a un 8% anual, al cabo de 3 meses, producido por un capital de \$ 5.000?

Solución: Como la tasa se aplica por un período dado en **meses**, entonces, para que las unidades de medida del tiempo sean las mismas, convertimos los meses a años:

$$\begin{array}{l} 12 \text{ meses} \text{ _____ } 1 \text{ año} \\ 3 \text{ meses} \text{ _____ } \frac{3 \text{ meses} \times 1 \text{ año}}{12 \text{ meses}} = \frac{3}{12} \text{ años} = \frac{1}{4} \text{ años} = 0,25 \text{ años} \end{array}$$

Por lo tanto,  $t = 0,25$  y la fórmula correcta es:

$$\text{Interés} = \text{Capital inicial} \cdot \frac{\text{tasa}\%}{100} \cdot t$$

$$I = C_0 \cdot i \cdot t$$

$$I = 5.000 \cdot \frac{8}{100} \cdot 0,25 =$$

$$I = 5.000 \cdot 0,08 \cdot 0,25 = \mathbf{100}$$

O sea que, si depositamos 5.000 pesos en un banco que me da un interés simple del 8% anual, al retirar el dinero al cabo de tres meses nos llevaremos los 5000 pesos originales más otros 100 de interés, o sea, un total de **5.100** pesos.

$$C_f = C_0 + I = \mathbf{5.000 + 100 = 5.100 \text{ pesos}}$$

### Ejemplo 3

Un capital de 5.000 pesos invertido a una tasa de interés del 12% anual durante un cierto tiempo, dio un capital final de 7400 pesos. ¿Durante cuánto tiempo ha estado invertido?

Solución:

Conocemos el capital inicial (5000) el capital final (7400) y la tasa anual (12%), y queremos calcular el tiempo en que ha estado invertido el capital. Si queremos utilizar la fórmula:

$$\text{Interés} = \text{Capital inicial} \cdot \frac{\text{tasa}\%}{100} \cdot t$$

$$I = C_0 \cdot i \cdot t$$

Podemos obtener el valor del interés recordando que:

$$C_f = C_0 + I \Rightarrow C_f - C_0 = I$$

O sea que, para nuestro ejemplo,

$$I = 7400 - 5000 = 2400$$

Reemplazamos en la fórmula:

$$2400 = 5.000 \cdot \frac{12}{100} \cdot t = 5.000 \cdot 0,12 \cdot t$$

$$2400 = 5.000 \cdot 0,12 \cdot t$$

Nuestra incógnita es “ $t$ ”. Entonces, la despejamos teniendo en cuenta las reglas para resolver una ecuación:

$$\frac{2.400}{5.000} = 0,12 \cdot t \Leftrightarrow 0,48 = 0,12 \cdot t \Leftrightarrow \frac{0,48}{0,12} = t \Leftrightarrow$$

$$4 = t$$

Y teniendo en cuenta que la tasa estaba expresada en años, quiere decir que el tiempo  $t$  también queda expresado en años, por lo tanto, la respuesta es que estuvo invertido durante 4 años.

## Interés compuesto

Si tengo mil pesos de ahorro y deseo preservarlos, puedo ponerlos en un plazo fijo, es decir “prestárselos” al banco. El banco pagará una tasa de interés anual del 10%. Pasado el año, tengo 1100 pesos en la cuenta. ¿Qué pasa si quiero volver a ponerlos en ese plazo fijo? No es raro que haya quien piense **erradamente** que al cabo de dos años y con una tasa de interés del 10%, conseguiría 1200 pesos, ya que el primer año tendría 100 pesos de intereses y el segundo otros 100 pesos. Sin embargo, al cabo de dos años tendremos el capital inicial (1000 pesos) sumado al interés del primer año (100) y sumado al 10% de interés de ese total (que es el 10% de 1100, o sea 110 pesos), lo que obtendría son entonces 1210 pesos. Ahí radica el **interés compuesto**: con el interés compuesto los intereses que se obtienen al final de cada período de inversión **no se retiran**, sino que se reinvierten o añaden al capital inicial; es decir, se **capitalizan**, se van sumando a lo obtenido.

Se llama **tasa de interés compuesto** al proceso de ir acumulando al capital los intereses que éste produce, de forma que los intereses produzcan intereses a su vez.

Los instrumentos financieros de ahorro funcionan en base al **interés compuesto**. Esto significa que la rentabilidad obtenida en un período de tiempo se vuelve a invertir, generando nuevas ganancias y así sucesivamente.

En este caso, el **capital final o monto ( $C_f$ )** que se obtiene a partir de un **capital inicial ( $C_0$ )**, a una **tasa de interés**, en cierto **tiempo ( $t$ )**, está dado por la fórmula:

$$C_f = C_0 \cdot (1 + i)^t$$

*(Una vez más, hay que cuidar que la tasa y el tiempo estén expresados en la **misma unidad de medida**)*

Recordemos que  $i$  se expresa en forma decimal y corresponde a calcular:  $\frac{\text{tasa}}{100}$ .

Verifiquemos, por medio de la fórmula, lo obtenido para nuestro ejemplo inicial:

Después de 4 años ¿Qué capital obtengo, al cabo de 4 años de interés compuesto, con una tasa anual del 10% sobre 1000 pesos? ¿Cuánto obtuve de interés ( $I$ ) ?

$$C_f = 1000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^4 = 1.000 \cdot (1,1)^4 = 1000 \cdot 1,4641 = 1464,1$$

Y dado que  $I = C_f - C_0$

$$I = 1464,1 - 1000 = 464,1$$

Como ya lo habíamos visto antes.

#### **Ejemplo 4**

Imaginemos que un banco A nos ofrece que depositemos nuestro dinero en su banco prometiendónos un 75% de interés recién al cabo de tres años.

En cambio, otro banco B, nos ofrece un depósito al 22% anual, pero los intereses se reingresan en el propio depósito **año a año**.

En el caso A, si deposito, por ejemplo, 1000 pesos tendré entonces a los tres años:

$$1000 + 1000 \frac{75}{100} = 1750 \text{ pesos.}$$

Puede parecer más ventajoso lo que me ofrece el banco A por dar mayor interés, pero si hacemos los cálculos de interés compuesto, en el caso del banco B, al cabo de tres años, obtendríamos:

$$C_f = 1000 \cdot \left(1 + \frac{22}{100}\right)^3 = 1000 \cdot 1,81585 = 1815,85 \text{ pesos}$$

Con el banco B gano  $1815,85 - 1750 = 65,85$  pesos más que con el banco A.